第１章　指数入門

１．１　指数の考え方

実績系列と前年比

指数の考え方や作り方について、簡単な具体例で説明します。

指数は、主として時系列比較のために利用されます。本書では原則として時系列の指数を取り扱いますが、場所的な比較のための指数も考え方は同様です。

今、ある地域（ある国又はある県）における品目別生産実績が、次の４品目のみであったとします。

第１－１表　品目別生産実績推移

	鋼材	乗用車	綿織物	マーキングペン
	t	台	千㎡	千本
2017年	8,980,000	805,000	84,200	72,500
2018年	8,567,000	810,000	77,400	68,400
2019年	8,875,000	836,000	66,300	69,500
2020年	8,538,000	811,000	60,300	61,900
2021年	9,629,000	861,000	54,000	63,600
2022年	9,843,000	847,000	50,600	62,000

さて、この６年間で各品目の生産がどのように変動したかを観察しましょう。第１－１表を見てわかるのは、2017 年と 2022 年とを比べると、鋼材と乗用車が増加し、綿織物とマーキングペンが減少しているということです。

しかし、鋼材と乗用車は確かに５年間で増加していますが、よく見ると年によってその変動は一様ではありません。綿織物とマーキングペンの減少についても各年の動きは一定ではないようです。そこで、品目ごとに前年との比率をとり、百分率（100 倍して％表示）にして時系列に並べてみます（第１－２表）。

これを見ると、品目別生産の動きがよくわかります。鋼材は 2018 年に減少、翌年増加、再び減少し、その後連続して増加となりましたが、ならしてみるとこの間、増加傾向で推移しています。乗用車は 2019 年まで２年連続増加の後、減少に転じ、2021 年には回復しましたが、2022 年には再び減少しています。綿織物は 2018 年以降、減少傾向で推移しています。マーキングペンは 2018 年で減少となった後、増加と減少を繰り返しています。

このように、前年比を並べたものも指数です。前年比や前月比のように、観察しようとする時点とその直前の時点の統計数値の比率をとり、時系列として並べたものを「連環指数（連環比率）」といいます。

第１－２表　品目別前年比（連環指数）の推移

（%）

	鋼　　材	乗　用　車	綿　織　物	マーキングペン
2017年	―	―	―	―
2018年	95.4	100.6	91.9	94.3
2019年	103.6	103.2	85.7	101.6
2020年	96.2	97.0	91.0	89.1
2021年	112.8	106.2	89.6	102.7
2022年	102.2	98.4	93.7	97.5

連環指数は観察時点の直前の時点を基準として作成されます。一方、鉱工業指数をはじめとする多くの指数は、観察しようとする期間の全ての時点について、同じ時点の数値を基準として作成されます。これを「固定基準指数」といいます。このとき、基準となる時点を「基準時」、比較される時点を「比較時」といいます。第１－１表について 2020 年を基準とする品目別の比率を計算してみましょう（これを「個別指数」や「品目別指数」といいます。）やはり 100 を乗じて表示します。

第１－３表　品目別生産指数

（基準時：2020 年）

	鋼　　材	乗　用　車	綿　織　物	マーキングペン
2017年	105.2	99.3	139.6	117.1
2018年	100.3	99.9	128.4	110.5
2019年	103.9	103.1	110.0	112.3
2020年	100.0	100.0	100.0	100.0
2021年	112.8	106.2	89.6	102.7
2022年	115.3	104.4	83.9	100.2

総合指数の作成

品目別の生産の動向はわかりました。次に、この地域全体の生産活動がどのように変化したかについて考えてみましょう。そのためにはこの地域の各品目の生産高を何らかの形で集計して、全体の変動を表すような数値を作成する必要があります。個別

指数を集計したものを「総合指数」といいます。ある地域で生産した個別品目の生産を表した個別指数を作成し、それを積み上げた総合指数を作成することで、その地域の生産活動を測定できます。総合指数の作り方には色々な方法が考えられますが、実際に適用するにあたっては、理論的側面と実務的側面の双方から各種の検討を行い、その中で最良のものを選択する必要があります。指数の作成に際しては、総合指数をどのような目的で、どのようにして作成するかということが第一義的問題であり、個別指数はその目的や総合指数の作成方法に応じて選択されます。

①　金額指数

再び第１－１表に戻り、総合指数の作成について考えてみます。これら４品目はそれぞれ測定単位が違いますので、単純に合計することは意味がありません。単位の違う統計数値を集計するには、共通の測定単位に直さなければなりません。その最も一般的な方式が生産金額による方法です。2020 年と 2022 年の各品目の単位当たりの価格が以下のとおりであったとします。

第１－４表　品目別単価の推移

	鋼　　材	乗　用　車	綿　織　物	マーキングペン
	千円／ｔ	千円／台	千円／千㎡	千円／千本
2020年	65	1,680	135	75
2022年	70	1,730	130	70

それぞれの年の生産金額を求め、その比率をとります。

$$\frac{9{,}843{,}000\times70+847{,}000\times1{,}730+50{,}600\times130+62{,}000\times70}{8{,}538{,}000\times65+811{,}000\times1{,}680+60{,}300\times135+61{,}900\times75}\times100$$

$$=\frac{2{,}165{,}238{,}000}{1{,}930{,}233{,}000}\times100=112.2$$

これが「金額指数」です。この指数の変動には、生産の量的な変動と価格の変動の両方が含まれることになります。

②　数量指数

経済活動を観察しようとする場合、価格変動を排除して量的な変動だけを見たいということがあります。そのようなときにはどうすれば良いのでしょうか。

個々の品目の場合であれば簡単です。例えば、鋼材の 2020 年と 2022 年の生産金額の比率は、次のようになります。

$$\frac{9{,}843{,}000(t)\times 70(\text{千円})}{8{,}538{,}000(t)\times 65(\text{千円})}\times 100 = \frac{6890.10(\text{億円})}{5749.70(\text{億円})}\times 100 = 124.2$$

量的な変動だけを見たい場合には、生産数量そのものの動きを見ればよいので、その比率をとります。

$$\frac{9{,}843{,}000(t)}{8{,}538{,}000(t)}\times 100 = 115.3$$

すなわち、第１－３表に示した品目別生産指数そのものです。

しかし、総合指数については、価格変動を取り除くために一定の約束事が必要になります。

総合した数量指数を作成する最も簡単な方法は、各品目の単位の違いを無視して合計し、その比率を計算するものです。第１－１表を基に、この方式によって 2020 年を基準時とする 2022 年の指数を作ってみましょう。

［総合計算－１］

$$\frac{9{,}843{,}000+847{,}000+50{,}600+62{,}000}{8{,}538{,}000+811{,}000+60{,}300+61{,}900}\times 100$$

$$= \frac{10{,}802{,}600}{9{,}471{,}200}\times 100 = 114.1$$

この指数によれば、2020 年に対して 2022 年は、品目によっては価格の上昇や低下はあったものの、全体的な生産量の水準は 114.1％に上昇していることになります。しかし、この方法は、もともと加えても意味のない数値を合計しているのですから、適切な指数とはいえません。例えば、鋼材について単位を切り上げ、それぞれ 8,538,000 ｔから 8,538 千ｔに、9,843,000 ｔから 9,843 千ｔに変更して計算してみます。

［総合計算－１′］

$$\frac{9{,}843+847{,}000+50{,}600+62{,}000}{8{,}538+811{,}000+60{,}300+61{,}900}\times 100 = \frac{969{,}443}{941{,}738}\times 100 = 102.9$$

この結果では、2020 年に対して 2022 年の全体的な生産量の水準は 102.9％の上昇となり、先ほどの計算結果と矛盾することになります。鋼材の生産活動が全く変わっていないにも関わらず、ただ単位の取り方を変えることによって総合指数が大きく変わるとなれば、この方法は採用できません。他の品目についても単位を切り上げたり、下げたりすることで指数値が変わってくることになり不都合です。

次は、先に個別指数を計算して第１－３表の形にした後で、単純算術平均をとる総合の方法です。

［総合計算－２］

$$\frac{115.3 + 104.4 + 83.9 + 100.2}{100.0 + 100.0 + 100.0 + 100.0} \times 100 = \frac{403.8}{400.0} \times 100 = 101.0$$

この方式では単位がｔから千ｔに変更することによって数値が変わるというような矛盾はありません。しかし、これにも問題があります。

この方式によると、基準時における各品目の生産量の割合、すなわち鋼材 853 万 8 千ｔ、乗用車 81 万 1 千台、綿織物 6,030 万㎡及びマーキングペン 6,190 万本が、それぞれ全体に与える影響度は等しいと仮定したことになります。例えば、基準時に対し鋼材が 853,800ｔ増加（10%増加）した場合と乗用車が 81,100 台増加（10%増加）した場合とで、全体（総合指数）を引き上げる力は同じだということになります。しかし、鋼材 853,800ｔと乗用車 81,100 台とが総合指数に対して同じ影響度を持つという仮定は、客観的な根拠がありません。

そこで、基準時における各品目の価格がわかっているのですから、これを比較時の品目別生産量に乗じて生産金額を計算し、それと基準時の生産金額との比率をとります。こうすれば、価格変動の影響を受けない、各品目の影響度を勘案した総合指数が計算できることになります。ほとんどの指数はこの考え方によって作成されています。これが価格変動の影響のない、実質的な数量のみの変動を表現する「数量指数」です。再び第１－１表及び第１－４表からこれを計算します。

［総合計算－３］

$$\frac{9{,}843{,}000 \times 65 + 847{,}000 \times 1{,}680 + 50{,}600 \times 135 + 62{,}000 \times 75}{8{,}538{,}000 \times 65 + 811{,}000 \times 1{,}680 + 60{,}300 \times 135 + 61{,}900 \times 75} \times 100$$

$$= \frac{2{,}074{,}236{,}000}{1{,}930{,}233{,}000} \times 100 = 107.5$$

2020 年を 100 とすると、2022 年の総合指数は 107.5 という結果です。

一方、比較時の品目別価格が、基準時も同じであったと考えると、

［総合計算－４］

$$\frac{9{,}843{,}000 \times 70 + 847{,}000 \times 1{,}730 + 50{,}600 \times 130 + 62{,}000 \times 70}{8{,}538{,}000 \times 70 + 811{,}000 \times 1{,}730 + 60{,}300 \times 130 + 61{,}900 \times 70} \times 100$$

$$= \frac{2{,}165{,}238{,}000}{2{,}012{,}862{,}000} \times 100 = 107.6$$

この計算では、2020 年を 100 とすると、2022 年の総合指数は 107.6 という結果になります。

各品目について、基準時の価格で総合した数量指数を「ラスパイレス（Laspeyres）算式数量指数」、比較時の価格で総合した数量指数を「パーシェ（Paasche）算式数量指数）といいます。両者ともこの算式を提唱した人の名前をとったものです。

１．２　ラスパイレス算式とパーシェ算式

指数の算式

指数についての理論は、おおむねほかの数量指数にも当てはめることが可能ですので、代表的な数量指数である生産指数を例に説明を深めることにします。

前節では数値例を基に説明しましたが、これを一般化するために代数的な省略記号を用います。品目別の生産数量を小文字のｑで表し、品目別価格を小文字のｐで表すこととします。ｑ及びｐのそれぞれに２つの添字（suffix）が付けられ、第１字目は品目の番号、第２字目は時点を示すことにします。つまり、「q_{it} 及び p_{it} 」はｔ時点におけるｉ番目の品目の数量と価格を表すことになります。ｔ＝０の場合は基準時を示すことにします。そして合計することを示す代数上の記号でギリシャ文字のΣ（シグマ）を使用することにします。

例えば基準時における生産額の合計は、品目が 1、2、…、ｎ番目まである場合では、

$$\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{i0} = p_{10}q_{10} + p_{20}q_{20} + p_{30}q_{30} + \cdots \ p_{n0}q_{n0}$$

と表されます。また、任意の比較時ｔにおける生産額合計は、

$$\sum_{i=1}^{n} p_{it}q_{it} = p_{1t}q_{1t} + p_{2t}q_{2t} + p_{3t}q_{3t} + \cdots \ p_{nt}q_{nt}$$

で表されます。したがって、ｔ時点における金額指数を V_t とすると、

$$V_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{i0}} = \frac{p_{1t}q_{1t} + p_{2t}q_{2t} + p_{3t}q_{3t} + \cdots p_{nt}q_{nt}}{p_{10}q_{10} + p_{20}q_{20} + p_{30}q_{30} + \cdots p_{n0}q_{n0}}$$

となります。

なお、指数は 100 を乗じて表すことが慣習となっています。ここからは 100 を乗ずることを省略します。そして品目に関する添字を省略しても間違いのない場合は品目番号を省略して、次のように書きます。

$$V_t = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0}$$

前節最後のラスパイレス算式数量指数を $Q^L{}_t$ とすると、この指数は基準時、比較時ともに基準時の価格によって評価し総合したものですから、次のように表すことができます。

$$Q_t^L = \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0}$$

また、パーシェ算式数量指数 $Q^P{}_t$ は、基準時、比較時ともに比較時の価格によって評価し総合したものですから、次のように表すことができます。

$$Q_t^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}$$

ラスパイレス算式とパーシェ算式が基準時又は比較時の一方の価格を用いて計算されるのに対し、両者の算式を折衷して基準時と比較時の双方の価格を用いる数量指数が考えられています。その代表的なものとして、「フィッシャー（Fisher）算式」が挙げられます。フィッシャー算式数量指数 $Q^F{}_t$ は、ラスパイレス式とパーシェ式を掛け合わせたものの平方根（幾何平均）で、次のように表すことができます。

$$Q_t^F = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}}$$

このほかにも、「エッジワース（Edgeworth）算式」又は「ボウレイ（Bowley）算式」といわれる式（$Q^E{}_t$）もあります。

$$Q_t^E = \frac{\sum p_0 q_t + \sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0 + \sum p_t q_0} = \frac{\sum (p_0 + p_t) q_t}{\sum (p_0 + p_t) q_0}$$

ラスパイレス算式とパーシェ算式の比較

ここでラスパイレス算式とパーシェ算式の若干の比較を行うことにします。もし、品目ごとの基準時に対する比較時の価格の変化率（すなわち品目別価格指数）が、全てについて等しいという特殊なケースの場合には、各品目について、

$\frac{p_{it}}{p_{i0}} = \alpha$　　したがって、 $p_{it} = \alpha\ p_{i0}$ が成り立ちますから、

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} = \frac{\sum \alpha p_0 q_t}{\sum \alpha p_0 q_0} = \frac{\alpha \sum p_0 q_t}{\alpha \sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0}$$

となり、ラスパイレス算式とパーシェ算式は一致します。しかし、現実には、全ての品目の価格の上昇又は低下の比率が等しいということはまずあり得ませんから、この両者の指数は一致しません。

指数は、基準時と比較時との比較のほかに、時系列に並べて任意の２時点の比較を行うことがよくあります。というよりも、指数はもともと任意の２時点を比較することにより動向観察を行うことが主たる目的なのですが、その都度、一方の時点を基準とした指数を作るのは作業上大変ですから、あらかじめ、特定時点に固定した指数の時系列を作っておき、その中で適当な時点同士の比較を行うこととしているのです。我々が指数を用いて、前年比、前月比、前年同月比、あるいは現在と過去の最高水準との比較等を行うのは全てこの例に当たります。０時点を固定基準とするラスパイレス算式数量指数を時系列に並べてみます。

$$\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},\ \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0},\ \frac{\sum p_0 q_2}{\sum p_0 q_0},\ \cdots\ ,\frac{\sum p_0 q_{t-1}}{\sum p_0 q_0},\ \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0},\ \cdots$$

観察しようとする任意のｔ時点と直前の時点との比較（指数が年次系列の場合は前年比、月次系列の場合は前月比となります。）を行うと、

$$Q_t^L / Q_{t-1}^L = \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} \Bigg/ \frac{\sum p_0 q_{t-1}}{\sum p_0 q_0} = \sum p_0 q_t \Big/ \sum p_0 q_{t-1}$$

となり、観察しようとする時点とその直前の時点がともに基準時の価格で評価されていることになり、指数の意味が明確です。これに対して、パーシェ算式を時系列に並べると、

$$\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},\ \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0},\ \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_2 q_0},\ \cdots\ ,\frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_0},\ \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0},\cdots$$

となりますから、ｔ時点とｔ－１時点の比率は、

$$Q_t^P / Q_{t-1}^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} \Bigg/ \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_0}$$　となり、これ以上簡単にはなりません。

すなわち、パーシェ算式の数量指数は、それぞれの比較時点について異なる価格で

評価されていますから、基準時以外の任意の２時点間の比較の際には、価格の影響も含まれてしまうことになります。結局、指数による通常の動向観察の場合には、ラスパイレス算式の方が有効であるといえます。

生産指数を始めとする数量指数のほとんどは、固定基準によるラスパイレス算式で作成されています。他の算式があまり使われないのは、作業効率という実務的な面による理由も大きいといえます。固定基準によるラスパイレス算式の数量指数を作成するには、各々の品目について基準時における価格 p_0 と基準時における数量 q_0（「基準数量」といいます)、それに各比較時における数量 q_t がわかれば計算することができます。ほかの算式では、これに加えて各比較時における価格も同時に必要となります。品目ごとに数量・価格の整合性を持つデータを比較すべき全期間についてそろえることは困難であるとともに、作業量が極めて大きくなるため計算に時間がかかり、しかも発表の遅延に繋がります。

指数のバイアス

ラスパイレス算式数量指数は、基準時の価格で比較時の数量を評価し、総合しているのですから、価格が基準時と比較時とで大きく変化している場合は、活動の実態を適切に表現する指数とはいえません。パーシェ算式の数量指数も価格の変化が著しい場合には、基準時について現実とかけ離れた比較時の価格で評価するのですから、やはり適切な指数とはいえません。当然のことながら、比較時が基準時から離れるにしたがって価格の変化は大きくなり､固定基準による指数は歪みを持つことになります。これを「バイアス（bias)」といいます。

バイアスの大きさをみるために、ラスパイレス算式と対称的なパーシェ算式の指数を作って両者の比較を行うことがあります。これを「パーシェ・チェック」といいます。パーシェ算式の数量指数はラスパイレス算式のものと全く正反対のバイアスを持つこととなるので、もし両者の乖離が大きければ、その基準による指数は適切な指数ではないということになります。

生産指数を始めラスパイレス算式の指数は、基準時から遠ざかるにしたがって上方バイアスを持つのが普通です。これを「ラスパイレス・バイアス」といいます。バイアスの方向及びその大きさは、品目ごとの数量の変動と価格の変動との相対関係で決まりますが、やや長期的にみた場合、生産量が増大傾向にある品目は、量産効果によるコスト低減や、価格競争の激化等により価格が低下していくのが一般的です。これらの品目について、比較時及び基準時の数量を、基準時の相対的に高い方の価格で評価すれば総合に与える影響は大きくなります。一方、生産指数をパーシェ算式で作成した場合には、これらの品目について、両時点の数量を低い方の比較時の価格で評価しますから、総合に与える影響は小さくなり、下方バイアスを持つのが普通です。

固定基準によるラスパイレス算式指数のバイアスが大きくなり、その指数が適切で

なくなる場合には、最近時の価格で評価し直した新たな指数に基準改定されなければなりません。

１．３　数量指数と物価指数

数量指数と物価指数の関係

金額の名目的な変動は、数量の変動と価格の変動から成り立ちます。このうち、数量の変動を表すのが「数量指数」です。価格の変動を表すのが、個別指数の場合は「価格指数」、総合指数の場合は「物価指数」と呼んでいます。物価指数についてもラスパイレス算式とパーシェ算式が考えられます。ラスパイレス算式をL式、パーシェ算式をP式と略して呼ぶこととし、L式とP式、数量指数と物価指数の算式を整理すると次のとおりになります。

	［L　式］	［P　式］
数量指数	$\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0}$	$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}$
物価指数	$\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$	$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}$

ここで、「金額＝数量×価格」の関係を考えてみます。これから、金額指数を数量指数で除すと、価格指数が誘導されることがわかります。

具体的には、金額指数をL式数量指数で除すと、

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} \Bigg/ \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}$$

この右辺は、比較時の数量にそれぞれ基準時及び比較時の価格を乗じて合計したものですから、P式の物価指数です。

次に金額指数をP式数量指数で除すと、

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} \Bigg/ \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$$

この右辺は、L式の物価指数です。つまり、

金額指数　＝　L式数量指数　×　P式物価指数

または、

金額指数　＝　P式数量指数　×　L式物価指数

の関係が成り立ちます。

我々は名目金額を物価指数で除して実質金額を計算したり、数量指数に物価指数を乗じて名目金額の動きを観察したりすることがあります。このとき、注意しなければならないのは、物価指数に数量指数を乗じても名目金額指数と一致するとは限らないということです。これは、物価指数や数量指数のそれぞれ観察する対象の経済活動が異なっており、品目の定義範囲の違いやウェイトの違い等、整合性が確保されていないためです。数量指数のほとんどがラスパイレス算式であると同様に、物価指数のほとんどもラスパイレス算式で作成されていますので、このように指数同士を乗じたり、除したりして他の指数との比較などを行う場合には、算式の違いを頭に入れて、その制約のもとで行う必要があります。ただ実際には、算式による理論的な整合性の問題よりも、指数の対象範囲や品目定義の違い等の問題の方が大きいことも考えられます。算式の違いをいったん無視して大まかな比較を行うことも、場合によってはそれなりの意味を持つでしょう。

なお、フィッシャー算式の物価指数は、

$$\text{F 式} = \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}}$$

ですが、

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}}$$

となり、

金額指数 ＝ F 式数量指数 × F 式物価指数

の関係が成り立ちます。同じ算式の数量指数と価格指数を掛け合わすことにより、金額指数を得ることができることから、フィッシャー算式は理想算式と呼ばれることがあります。

金額指数の場合は、価格評価によるバイアスを考える必要がありませんから、上記の数量指数と物価指数の L 式と P 式の関係で明らかなとおり、L 式数量指数が上方バイアスを生じている場合には、P 式物価指数では下方バイアスを生じていることになります。また、P 式数量指数が下方バイアスを生じているとすれば L 式物価指数では上方バイアスを生じていることになります。つまり L 式では数量指数、物価指数ともに上方バイアスを生ずる場合が多く、P 式では数量指数、物価指数ともに下方バイアスを生ずる場合が多いということです。物価指数のほとんどが L 式であることは前述しましたが、その理由も数量指数と全く同様です。物価指数においてもバイアスの大きさはパーシェ・チェックが目安となり、バイアスが大きな場合には基準改定を行わなければならないことも数量指数の場合と全く同様です。

１．４　総和法と加重平均法

ラスパイレス算式の変形

ラスパイレス算式数量指数は、次のように変形することができます。

$$Q_t^L = \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_0 \times \left(\frac{q_t}{q_0}\right)}{\sum p_0 q_0} = \sum \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \left(\frac{q_t}{q_0}\right)$$

再び品目番号 i を付して表示すると、右辺のうち $\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$ は基準時における品目ごとの構成比です。この構成比は「ウェイト」と呼ばれ、W_{i0}／ΣW_{i0} で表すことができます。それぞれの $p_{i0}\,q_{i0}$ 及びΣ$p_{i0}\,q_{i0}$ は、ウェイト計算の元となる金額ですから、「ウェイト基準額」といいます。また、(q_{it}／q_{i0}) は各品目の数量の基準時と比較時の比率ですから、１．１節で述べた個別指数です。今、第１－１表の数値例を基に、右辺の方式により 2020 年基準の 2022 年指数を作成してみましょう。

第１－５表　ウェイト基準額及びウェイト

	鋼　　材	乗　用　車	綿　織　物	マーキングペン	合　　計
ウェイト 基準額	8,538,000 × 65千円 ＝ 554,970,000	811,000 × 1,680千円 =1,362,480,000	60,300 × 135千円 ＝ 8,140,500	61,900 × 75千円 ＝ 4,642,500	1,930,233,000
ウェイト	0.2875	0.7059	0.0042	0.0024	1.000

個別指数は第１－３表で計算されていますから、そのまま使用します。

$$0.2875 \times 115.3 + 0.7059 \times 104.4 + 0.0042 \times 83.9 + 0.0024 \times 100.2 = 107.5$$

その結果は、１．１節で計算した［総合計算－３］ラスパイレス算式の指数と一致します。

$\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0}$ のように、それぞれの品目の数量に価格を乗じて金額に直し、合計金額を求めてから比率計算を行う方式を「総和法」といいます。これに対して、

$\sum \frac{W_0}{\sum W_0} \times \left(\frac{q_t}{q_0}\right)$ のように、個別指数をウェイトによって総合する方式を「加重平均法」といいます。実際の指数計算は、計算の簡便性、操作性を考慮に入れ、加重平均法で行われている場合が多く、生産指数をはじめ一連の鉱工業関連指数もこの方式で計算されています。

次にパーシェ算式を加重平均法に直してみましょう。

$$Q_t^P=\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0}=\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_t\times\left(\frac{q_0}{q_t}\right)}=\frac{1}{\sum\frac{p_t q_t}{\sum p_t q_t}\times\left(\frac{q_0}{q_t}\right)}=\frac{1}{\sum\frac{W_t}{\sum W_t}\times\left(\frac{q_0}{q_t}\right)}$$

ラスパイレス算式を加重平均法に変形すると、基準時のウェイトによる加重算術平均の形になります。また、パーシェ算式を変形すると、比較時のウェイトによる加重調和平均の形になります。

物価指数についての加重平均法の形を示しておきます。物価指数のほとんども加重平均法で計算されています。

ラスパイレス算式

$$P_t^L=\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}=\sum\frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}\times\left(\frac{p_t}{p_0}\right)=\sum\frac{W_0}{\sum W_0}\times\left(\frac{p_t}{p_0}\right)$$

パーシェ算式

$$P_t^P=\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}=\frac{1}{\sum\frac{p_t q_t}{\sum p_t q_t}\times\left(\frac{p_0}{p_t}\right)}=\frac{1}{\sum\frac{W_t}{\sum W_t}\times\left(\frac{p_0}{p_t}\right)}$$

ウェイトの意味付け

総和法でも加重平均法でも計算結果は同じになるため、実際の計算手順はともかく、指数の本来的な考え方を総和法におくべきか、あるいは加重平均法におくべきか、という点に関しては色々な意見があります。まず、指数は実質生産額、実質消費額、貨幣購買力、生計費などのような経済上の実体概念を集計量としてとらえ、その変動を表現することを第一義とすべきであるという考え方があります。この場合には、計算上は加重平均法で行うとしても、総和法に還元して意味のあるウェイトが使用されることとなります。鉱工業関連指数の場合は、加重平均法から総和法への還元が可能となっています。

一方、指数にその経済概念上の意味や解釈を与えることはそれほど重要なことではなく、世の中に存在する品目の数量又は価格の変動を何らかの形で総合して、全体的な生産水準又は物価水準を表現するのが指数であり、これが結果として経済上の実体概念に近似させることができるという考え方があります。この場合には、総和法への還元は考えに入れる必要はなく、例えば、

$$\sum\frac{p_t q_t}{\sum p_t q_t}\times\left(\frac{q_t}{q_0}\right)=\sum\frac{W_t}{\sum W_t}\times\left(\frac{q_t}{q_0}\right)\text{や}\sum\frac{p_t q_t}{\sum p_t q_t}\times\left(\frac{p_t}{p_0}\right)=\sum\frac{W_t}{\sum W_t}\times\left(\frac{p_t}{p_0}\right)$$

というように比較時ウェイトによる加重算術平均や、金額ウェイト以外の従業者数や設備台数のような全く別の観点からのウェイトも検討の対象となります。